



# Курсовая

Всё сдал! — онлайн-сервис помощи студентам.

Цены на работы

в **2–3** раза  
ниже

Срок исполнения

от **1** дня

Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет

## Курсовая работа

**Исследование линейной цепи в переходных и установившемся  
периодическом режимах**

Выполнил:  
Проверил:

Санкт-Петербург  
20 г.



## Содержание

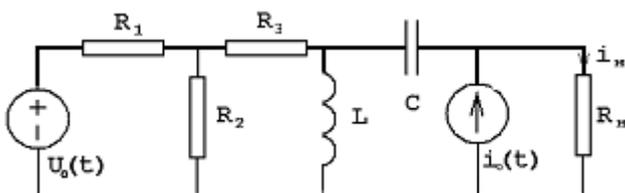
Задание к курсовой работе.....	3
Нормировка параметров цепи.....	4
1. Анализ цепи во временной области методом переменных состояния при постоянных воздействиях.....	4
2. Анализ цепи операторным методом при апериодическом воздействии б	6
3. Качественный анализ цепи частотным методом при апериодическом воздействии.....	10
4. Анализ цепи частотным методом при периодическом воздействии.....	13
Вывод.....	
.....	
Список использованной литературы.....	



## ЗАДАНИЕ К КУРСОВОЙ РАБОТЕ

1. Анализ цепи во временной области методом переменных состояния при постоянных воздействиях;
2. Анализ цепи операторным методом при апериодическом воздействии;
3. Качественный анализ цепи частотным методом при апериодическом воздействии;
4. Анализ цепи частотным методом при периодическом воздействии.

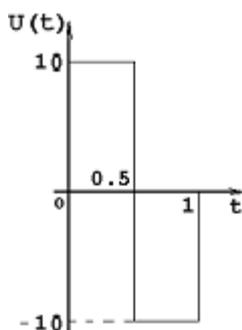
Дано:



$$R_1=500 \text{ Ом}, R_2=1000 \text{ Ом}, R_3=2000 \text{ Ом}$$

$$L=0,03 \text{ Гн}, C=0,033 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}, R_n=1000 \text{ Ом}$$

$$U_0(t)=U_0=6 \text{ В}, i_s(t)=4 \cdot 10^{-3} \cdot \delta(t) \text{ А}, t_u=6 \cdot 10^{-5} \text{ с}, T=9 \cdot 10^{-5} \text{ с}, U_m=10 \text{ В.}$$



Проводим нормировку параметров цепи

$$R_6 = R_n = 1000 \text{ Ом}$$

$$t_6 = t_n = 6 \cdot 10^{-5} \text{ с}$$

$$U_6 = 1 \text{ В}$$

$$R_1^* = R_1 / R_6 = 0.5$$

$$R_2^* = 1, R_3^* = 2, U_0^* = 1,$$

$$I^* = 4$$

$$L_6 = R_6 / t_6 = 0,06$$

$$C_6 = t_6 / R_6 = 6 \cdot 10^{-8}$$

$$I_6 = U_6 / R_6 = 10^{-3}$$

$$L_n^* = L / L_6 = 0.5$$

$$C_n^* = C / C_6 = 0.55, R_n^* = 1,$$

$$T^* = 1.5$$

Далее индекс «\*» опускается

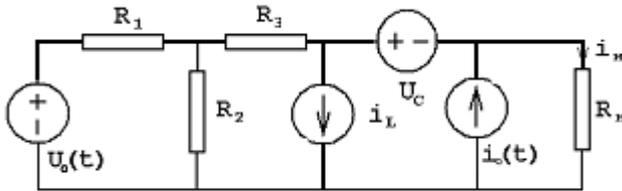
## Решение

1. Анализ цепи во временной области методом переменных состояния при постоянных воздействиях

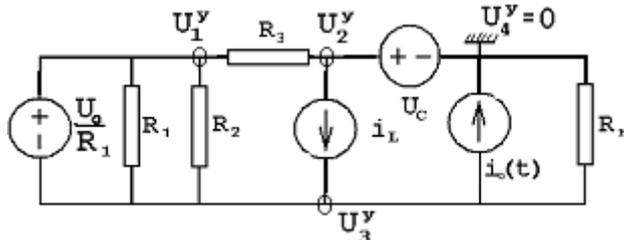


1.1. Составление уравнений состояния цепи для  $t \geq 0$

Сведем динамическую цепь к резистивной (заменяем С-элемент источником напряжения, а L-элемент заменим на источник тока):



Выразим переменные состояния ( $i_c$  и  $U_L$ ), используя метод узловых напряжений



$$G_{11}U_1^y + G_{12}U_2^y + G_{13}U_3^y = i_1^y$$

$$G_{31}U_1^y + G_{32}U_2^y + G_{33}U_3^y = i_3^y$$

$$G_{11} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = 3.5$$

$$G_{33} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_H} = 4$$

$$G_{12} = \frac{-1}{R_3} = -0.5$$

$$G_{13} = G_{31} = \frac{-1}{R_1} - \frac{1}{R_2}$$

$$G_{32} = 0$$

$$i_1^y = U_0/R_1 = 12$$

$$i_3^y = -U_0/R_1 + i_L - I_0 = i_L - 16$$

$$U_2^y = U_C$$

$$3.5 \cdot U_1^y - 0.5 \cdot U_2^y - 3 \cdot U_3^y = 12$$

$$-3 \cdot U_1^y + 4 \cdot U_3^y = i_L - 16$$

$$U_1^y = 0.6 \cdot i_L + 0.4 \cdot U_C$$

$$U_2^y = U_C$$

$$U_3^y = 0.7 \cdot i_L + 0.3 \cdot U_C - 4$$

$$i_c = i_3 - i_2 = \frac{0.6 \cdot i_L + 0.4 \cdot U_C - U_C - 2 \cdot i_L}{2} = -0.7 \cdot i_L - 0.3 \cdot U_C$$

$$U_L = U_2 - U_3 = U_C - 0.7 \cdot i_L - 0.3 \cdot U_C + 4 = -0.7 \cdot i_L + 0.7 \cdot U_C + 4$$

$$i_c = C \cdot \frac{d}{dt} U_C \quad U_L = L \cdot \frac{d}{dt} i_L$$

Уравнения состояния цепи:

$$U_C' = -1.27 \cdot i_L - 0.55 \cdot U_C$$

$$i_L' = 1.4 \cdot U_C - 1.4 \cdot i_L + 8$$

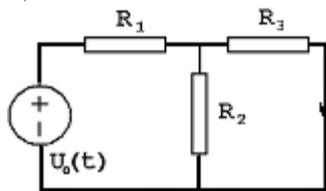
1.2. Нахождение точных решений уравнений состояния

$$U_C(t) = U_{Cb} + U_{Ccb}$$

$$I_L(t) = i_{Lb} + i_{Lcb}$$



1)  $t=0^-$  ННУ



$$i_{R1}=5.14, U_{R2}=2.57, U_{R3}=U_{R2}=U_0-U_{R1}=3.43, U_C=0, i_L=i_{R3}=U_{R3}/R_3=1.71$$

2)  $t=\infty$

$$\frac{d}{dt}U_C = 0 \quad \frac{d}{dt}i_L = 0$$

$$-1.27i_L - 0.55U_C = 0$$

$$1.4U_C - 1.4i_L + 8 = 0$$

$$U_C = -4 \quad i_L = 1.73$$

3)  $p$ -?

$$|pE - A| = 0$$

$$\begin{vmatrix} p + 0.55 & 1.27 \\ -1.4 & p + 1.4 \end{vmatrix} \rightarrow$$

$$p_{1,2} = -0.96 \pm j1.23$$

4)

$$U_C(t) = -4 + e^{-0.96 \cdot t} \cdot (A_1 \cdot \cos(1.23 \cdot t) + A_2 \cdot \sin(1.23 \cdot t))$$

$$i_L(t) = 1.73 + e^{-0.96 \cdot t} \cdot (A_3 \cdot \cos(1.23 \cdot t) + A_4 \cdot \sin(1.23 \cdot t))$$

$$U_C(0^+) = U_C(0^-) = 0$$

$$i_L(0^+) = i_L(0^-) = 1.71$$

$$A_1 = 4 \quad A_2 = 1.36 \quad A_3 = 0 \quad A_4 = 4.56$$

$$U_C(t) = -4 + e^{-0.96 \cdot t} \cdot (4 \cdot \cos(1.23 \cdot t) + 1.36 \cdot \sin(1.23 \cdot t))$$

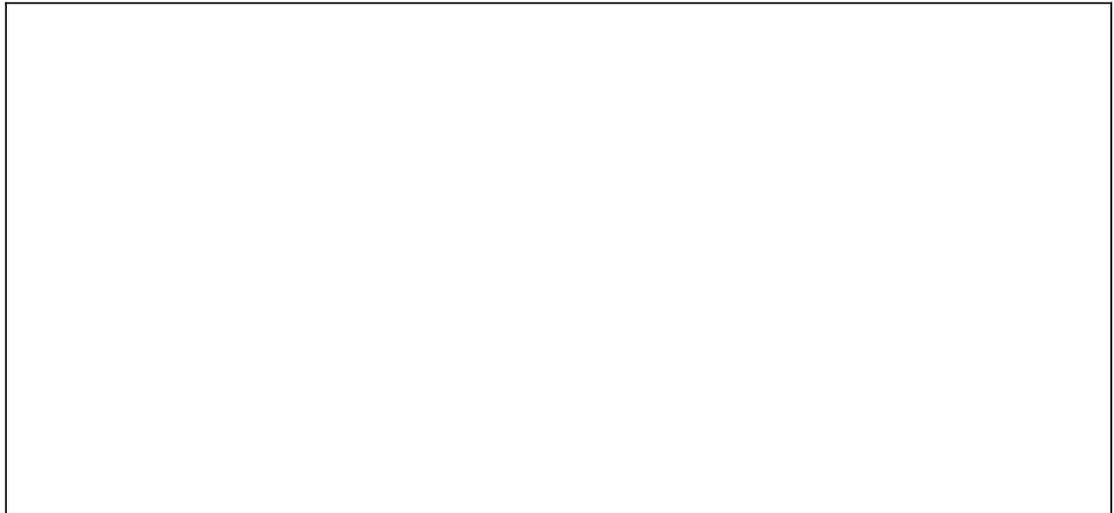
$$i_L(t) = 1.73 + e^{-0.96 \cdot t} \cdot 4.56 \cdot \sin(1.23 \cdot t)$$

### 1.3. Построение точных решений уравнений состояния:

Зависимость напряжения конденсатора от времени



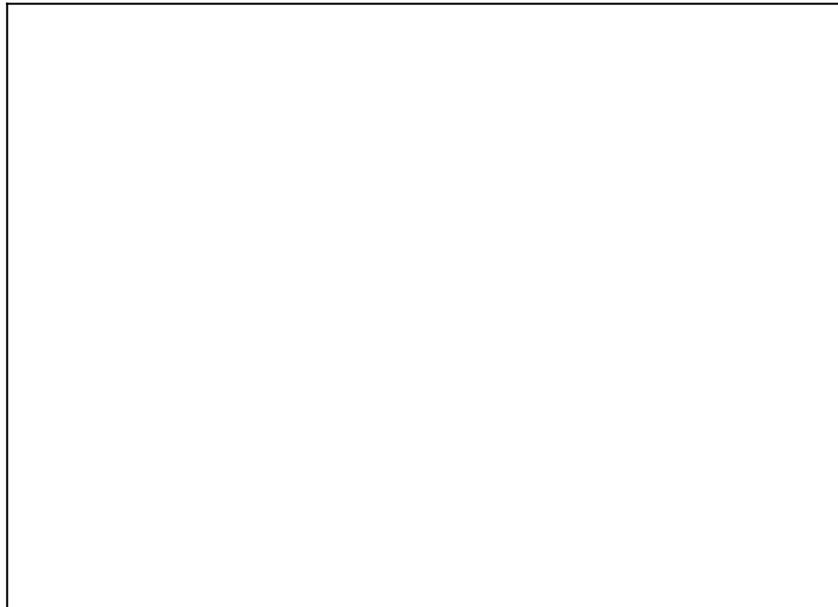
$U(t)$



1

Зависимость тока в индуктивности от времени

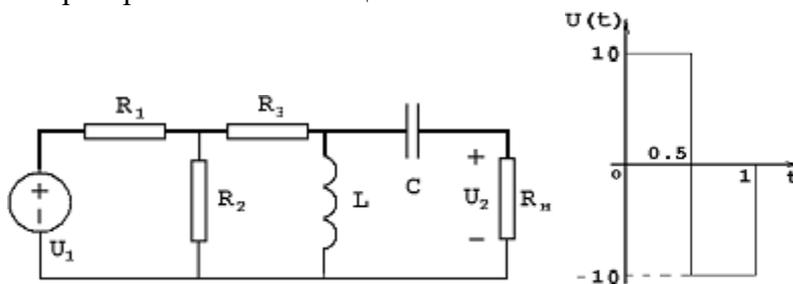
$i(t)$



1

## 2. Анализ цепи операторным методом при апериодическом воздействии

Операторная схема замещения:



2.1. Определение функции передачи



$$Z_L = SL = \frac{S}{2} \quad Z_c = \frac{1}{SC} = \frac{20}{11S} \quad H_u = \frac{U_2}{U_1} \quad U_2 = 1 \quad U_1 = 6 \quad I_2 = 1$$

$$I_c = I_2 \quad U_c = I_c \cdot Z_c = \frac{20}{11S}$$

$$U_L = U_C + U_2 = \frac{20}{11S} + 1 = \frac{11S + 20}{11S} \quad I_L = \frac{U_L}{Z_L} = \frac{22S + 40}{11S^2}$$

$$I_3 = I_2 + I_L = \frac{11S^2 + 22S + 40}{11S^2} \quad U_{R_3} = I_3 \cdot R_3 = \frac{22S^2 + 44S + 80}{11S^2}$$

$$U_{R_2} = U_{R_3} + U_L = \frac{33S^2 + 64S + 80}{11S^2} \quad I_2 = \frac{U_{R_2}}{R_2} = \frac{33S^2 + 64S + 80}{22S^2}$$

$$I_1 = I_2 + I_3 = \frac{55S^2 + 88S + 120}{22S^2} \quad U_{R_1} = I_1 \cdot R_1 = \frac{55S^2 + 88S + 120}{44S^2}$$

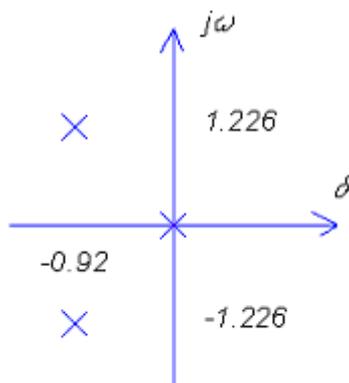
$$U_1 = U_{R_1} + U_{R_2} = \frac{187S^2 + 344S + 440}{44S^2}$$

$$H_U = \frac{U_2}{U_1} = \frac{44S^2}{187S^2 + 344S + 440} = \frac{0.24S^2}{S^2 + 1.84S + 2.35}$$

$$S_1 = -0.92 + j1.226 \quad S_2 = -0.92 - j1.226$$

2.2. *Нахождение нулей и полюсов функции передачи и нанесение их на плоскость комплексной частоты*

Конечных нулей функция передачи не имеет;



2.3. *Определение из функции передачи переходной  $h_1(t)$  и импульсной  $h(t)$  характеристики для выходного сигнала*

$$h(t) \mapsto H(s);$$



$$h_1(S) = \frac{H_U(S)}{S} = \frac{0.24S}{S^2 + 1.84S + 2.35}$$

$$H(S) = H_U(S) = \frac{0.24S^2}{S^2 + 1.84S + 2.35} = 0.24 + \frac{-0.44S - 0.56}{S^2 + 1.84S + 2.35}$$

$$k_1 = \frac{0.24S}{(S + 0.92 + j \cdot 1.226)} \quad S = 0.92 + 1.226 \cdot j$$

$$k_1 = 0.09 \cdot j + 0.128$$

$$|k_1| = \sqrt{(0.09)^2 + (0.12)^2} = 0.15$$

$$\alpha_1 = \arctg\left(\frac{0.09}{0.12}\right) = 0.64$$

$$h_1(t) = 0.3 \cdot e^{-0.92 \cdot t} \cdot (\cos(0.64 + 1.226 \cdot t))$$

$$h(t) = \frac{d}{dt} h_1(t)$$

$$h(t) = -0.276 \cdot \exp(-0.92 \cdot t) \cdot \cos(.64 + 1.226 \cdot t) - .3678 \cdot \exp(-0.92 \cdot t) \cdot \sin(.64 + 1.226 \cdot t)$$

$$F^1(S) = 10 - 20 \cdot e^{-S \cdot 0.5} + 10e^{-S}$$

$$F(S) = \frac{10}{S} - 20 \cdot \frac{e^{-S \cdot 0.5}}{S} + 10 \frac{e^{-S}}{S} = \frac{10 \cdot (1 - 2 \cdot e^{-0.5 \cdot S} + e^{-S})}{S}$$

$$U_2 = U_1 \cdot H_U$$

$$U_2 = \frac{10 \cdot (1 - 2 \cdot e^{-0.5 \cdot S} + e^{-S}) \cdot 0.24 \cdot S^2}{S \cdot (S^2 + 1.84 \cdot S + 2.35)} = \frac{2.4 \cdot S \cdot (1 - 2 \cdot e^{-0.5 \cdot S} + e^{-S})}{(S^2 + 1.84 \cdot S + 2.35)}$$

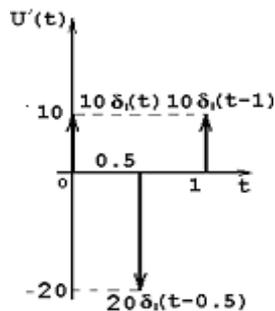
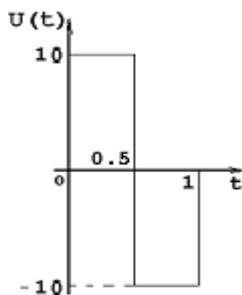
$$U_2 \cdot(t) = 2.4 \cdot e^{-0.92 \cdot t} \cdot \cos(1.226 \cdot t) - 1.8 \cdot e^{-0.92 \cdot t} \cdot \sin(1.226 \cdot t) - \dots$$

$$+ 4.8 \cdot \delta_1 \cdot (t - 0.5) \cdot e^{-0.92 \cdot t + 0.46} \cdot \cos(1.226 \cdot t - 0.61) + \dots$$

$$+ 3.6 \cdot \delta_1 \cdot (t - 0.5) \cdot e^{-0.92 \cdot t + 0.46} \cdot \sin(1.226 \cdot t - 0.61) + \dots$$

$$+ 2.4 \cdot \delta_1 \cdot (t - 1) \cdot e^{-0.92 \cdot t + 0.92} \cdot \cos(1.226 \cdot t - 1.226) - \dots$$

$$+ 1.8 \cdot \delta_1 \cdot (t - 1) \cdot e^{-0.92 \cdot t + 0.92} \cdot \sin(1.226 \cdot t - 1.226)$$



2.4. Построение графиков переходной и импульсной характеристик цепи, а также входного и выходного сигналов



# Курсовая

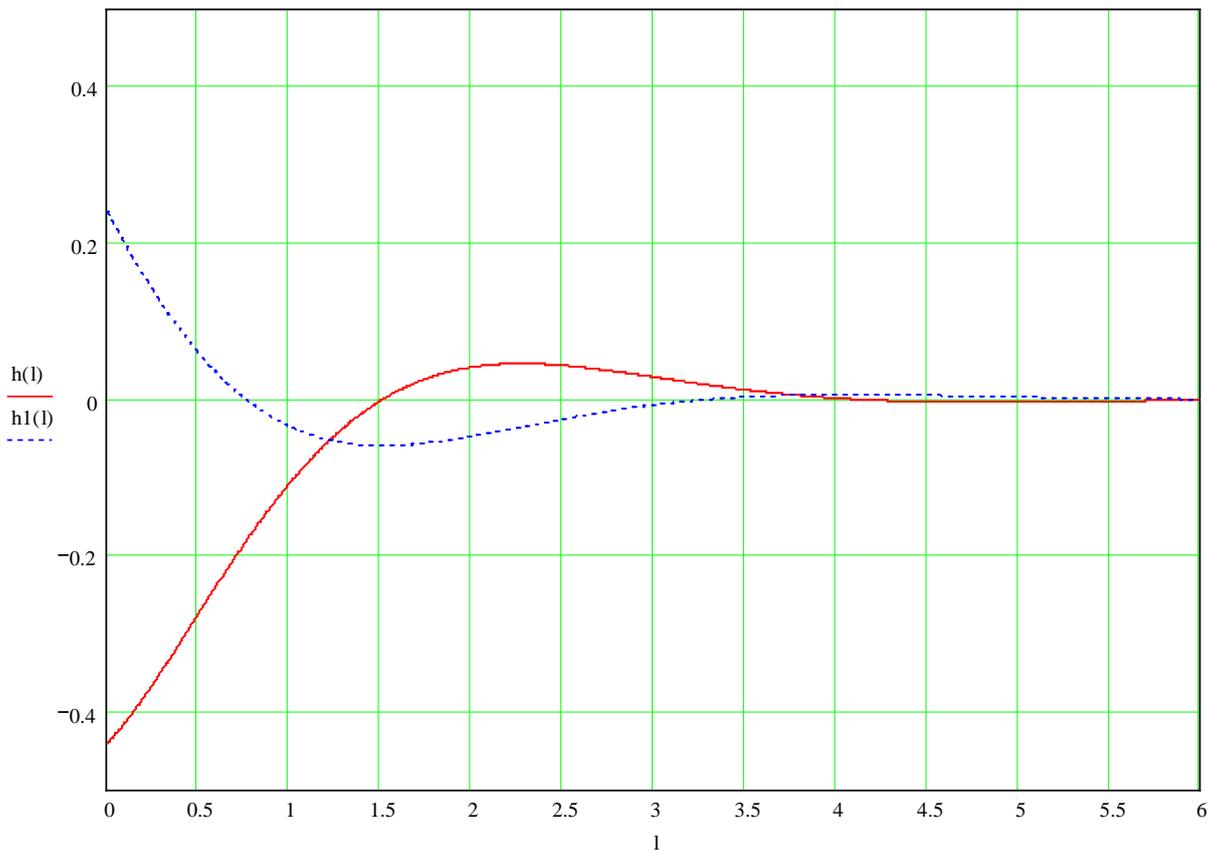
Всё сдал! — онлайн-сервис помощи студентам.

Цены на работы

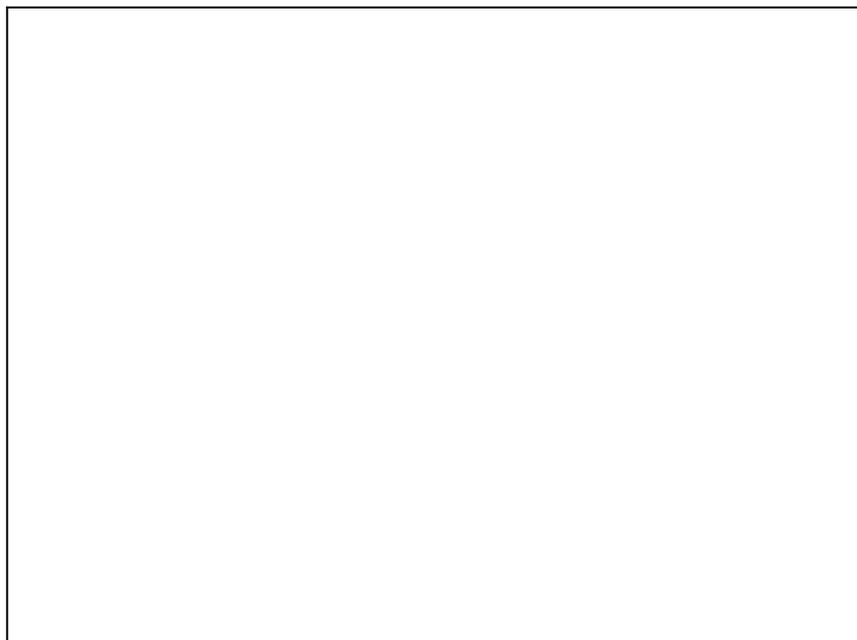
в **2-3** раза ниже

Срок исполнения

от **1** дня



$U(p)$



$p$



### 3. Качественный анализ цепи частотным методом при апериодическом воздействии

3.1. *Нахождение и построение амплитудно-фазовой (АФХ), амплитудно-частотной (АЧХ) и фазочастотной (ФЧХ) характеристик функции передачи цепи  $H_1(s)$*

$$H_u(S) = \frac{0.24 \cdot S^2}{S^2 + 1.84 \cdot S + 2.35}$$

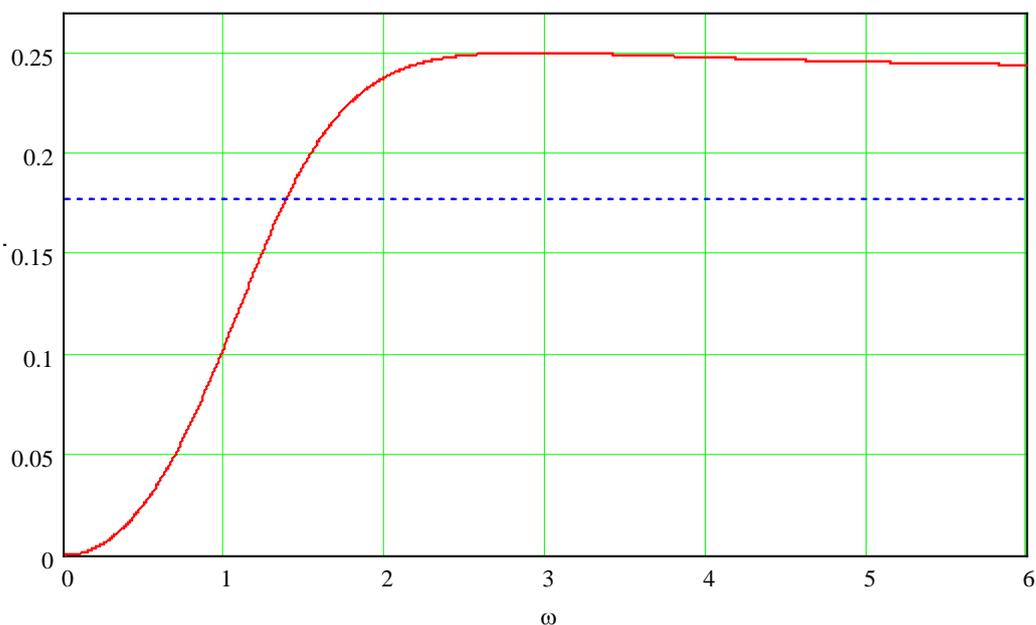
$$S = j\omega$$

$$H_u(j\omega) = \frac{0.24 \cdot (j\omega)^2}{(j\omega)^2 + 1.84 \cdot (j\omega) + 2.35} = \frac{0.24 \cdot \omega^2 \cdot e^{j \cdot 180}}{(2.35 - \omega^2) + j\omega \cdot 1.84}$$

$$|H_u(j\omega)| = \frac{0.24 \cdot \omega^2}{\sqrt{(2.35 - \omega^2)^2 + (\omega \cdot 1.84)^2}}$$

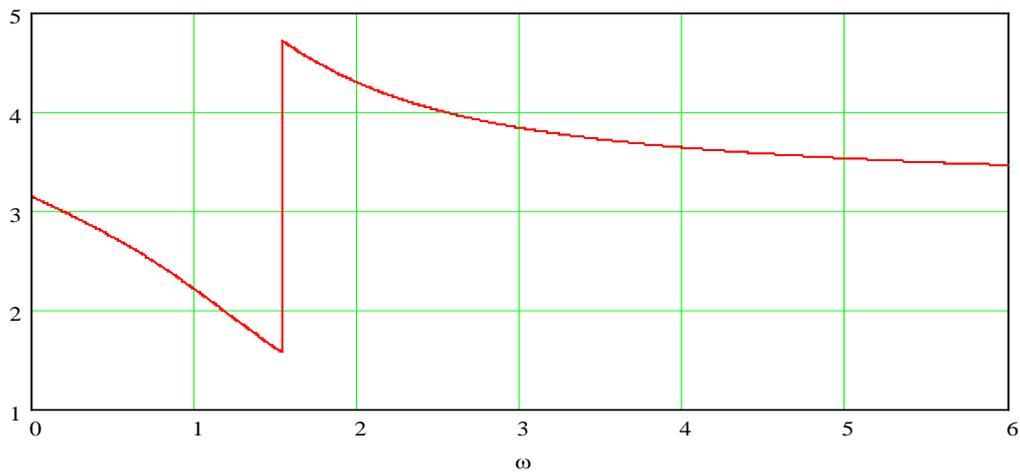
$$\alpha_u(\omega) = \pi - \arctg\left(\frac{1.84 \cdot \omega}{2.35 - \omega^2}\right)$$

Амплитудно-частотная характеристика

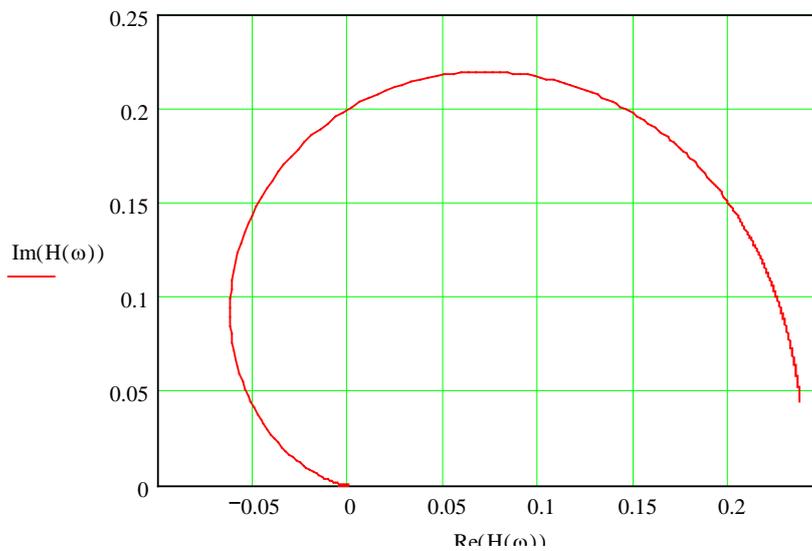




## Фазово-частотная характеристика цепи



## Амплитудно-фазовая характеристика



### 3.2. Определение полосы пропускания цепи по уровню $0.707|H_I(j\omega)|_{\max}$

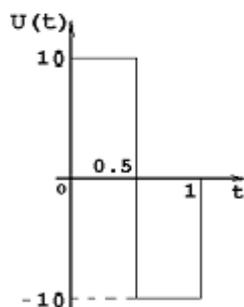
Полоса пропускания определена по графику  $|H_I(j\omega)|$  (см. выше)

$$|H_I(j\omega)| = 0,25$$

$$0.707|H_I(j\omega)|_{\max} = 0,177$$

$$\Delta\omega_{0.707} = 0.137$$

### 3.3. Нахождение и построение амплитудного и фазового спектров аperiodического входного сигнала и определение ширины спектра по уровню $0.1|I_{\hat{a}\hat{o}}(j\omega)|_{\max}$

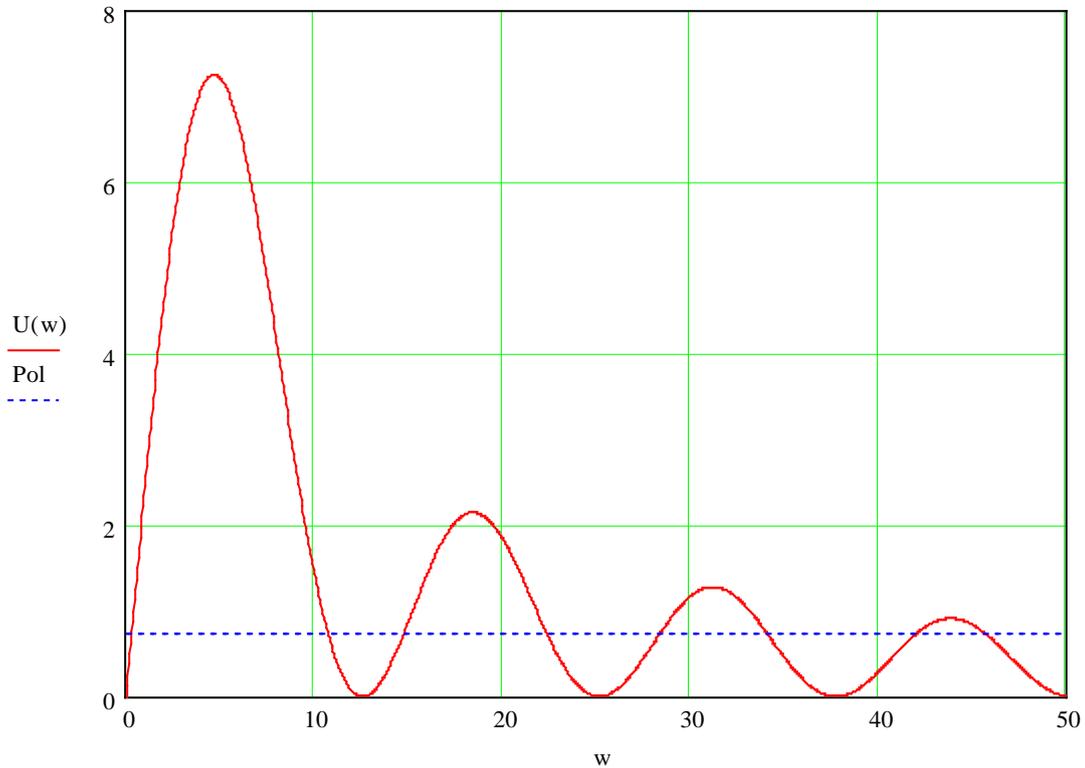




$$F(j\omega) = F(s) |_{s=j\omega};$$

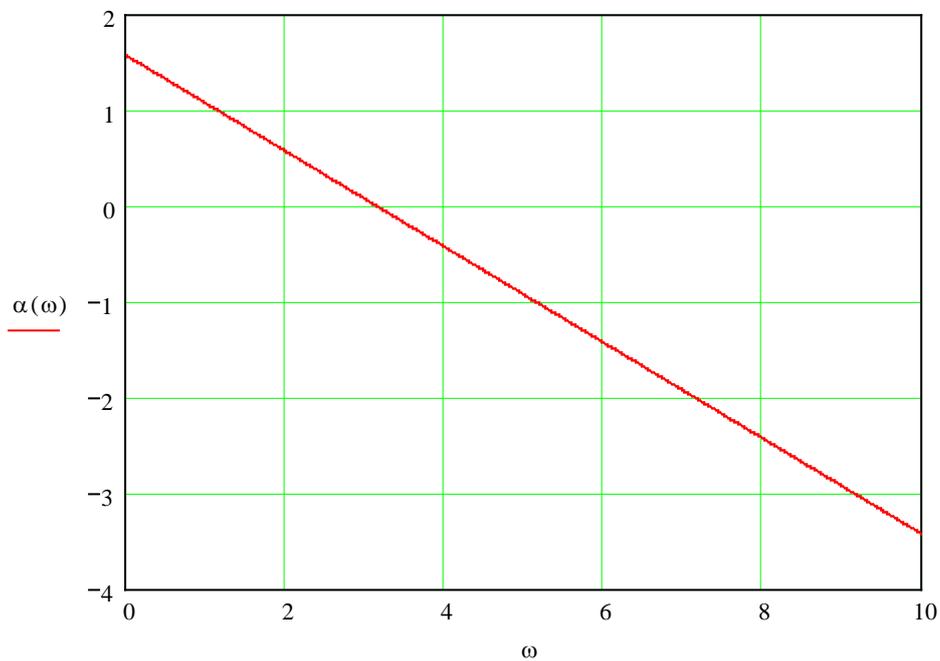
Амплитудный спектр входного сигнала:

$$|U_1(j\omega)| = 10 \cdot \frac{\omega}{4} \cdot \frac{\left(\sin\left(\frac{\omega}{4}\right)\right)^2}{\left(\frac{\omega}{4}\right)^2}$$



Фазовый спектр входного сигнала:

$$\alpha_u = \frac{\pi}{2} - \frac{\omega}{2}$$





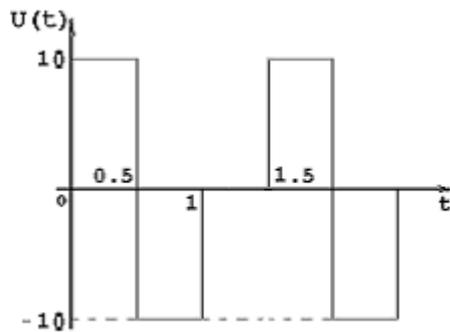
Ширина спектра определяется по графику:

$$|U(j\omega)|_{\max} = 7$$

$$0.1 |U(j\omega)|_{\max} = 0.7$$

#### 4. Анализ цепи частотным методом при периодическом воздействии

4.1. Разложим в ряд Фурье заданный входной периодический сигнал. Построим его амплитудный и фазовый спектры.



$$F(S) = \frac{10 \cdot (1 - 2 \cdot e^{-0.5 \cdot S} + e^{-S})}{S} = \frac{10 \cdot (1 - e^{-0.5 \cdot S})^2}{S}$$

$$U_1(jk\omega_1) = \frac{2}{T} F(S) \quad S = jk$$

$$T = 1.5$$

$$U_1(jk\omega_1) = \frac{40}{3jk\omega_1} \cdot (1 - e^{-0.5 \cdot jk\omega_1})^2 = \frac{160j}{3k\omega_1} \cdot \left( \frac{e^{j \cdot \frac{k\omega_1}{4}} - e^{-j \cdot \frac{k\omega_1}{4}}}{2j} \right) \cdot e^{-j \cdot \frac{k\omega_1}{2}}$$

$$\text{Амплитудный дискретный спектр: } |U_1(jk\omega_1)| = \frac{160}{3k\omega_1} \cdot \sin^2\left(\frac{k\omega_1}{4}\right)$$

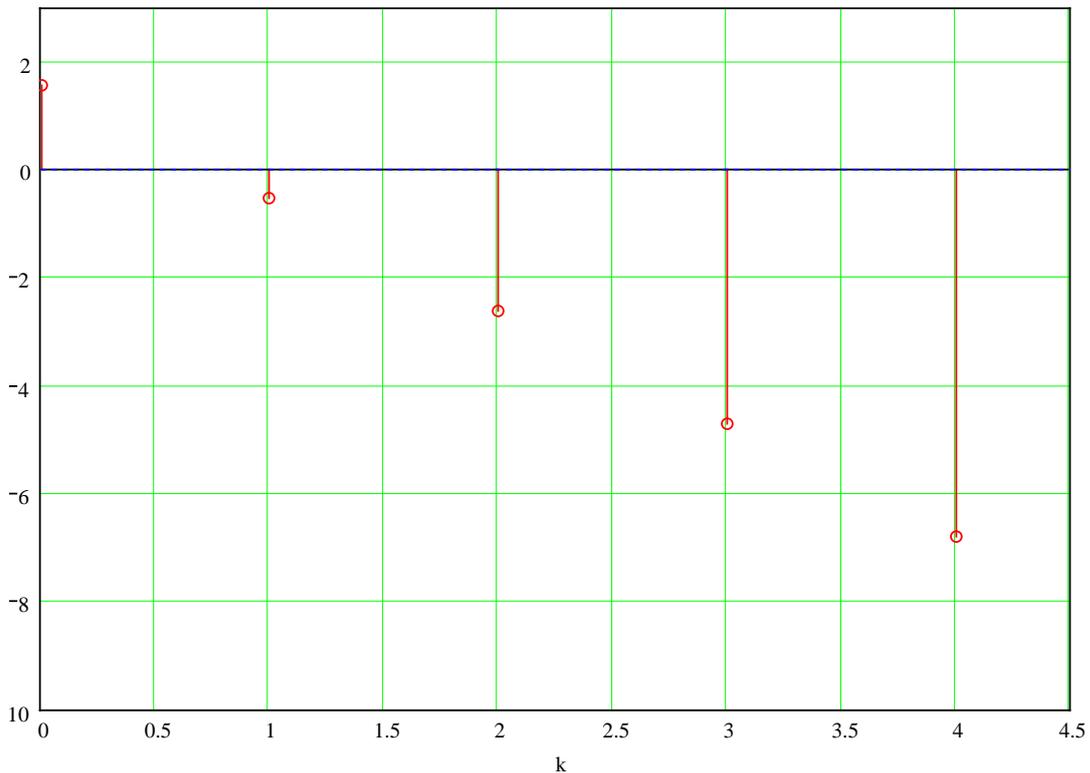
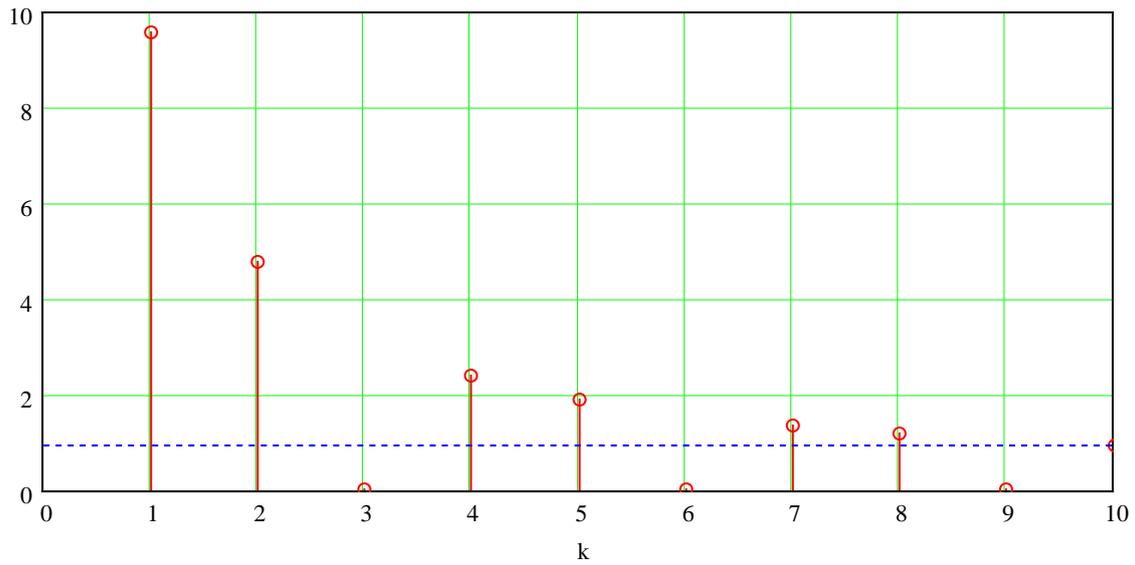
$$\text{Фазовый дискретный спектр: } \alpha_k(k\omega_1) = \frac{\pi}{2} - \frac{k\omega_1}{2}$$

$$k = 0 \dots \infty; \quad \omega_1 = \frac{2\pi}{T} = 4.19$$

k	$\alpha_k(k\omega_1)$	$ U_1(jk\omega_1) $
0,00	1,57	0,00
1,00	-0,52	9,55
2,00	-2,62	4,77
3,00	-4,71	0,00
4,00	-6,80	2,39
5,00	-8,90	1,91
6,00	-10,99	0,00
7,00	-13,08	1,37
8,00	-15,18	1,19
9,00	-17,27	0,00

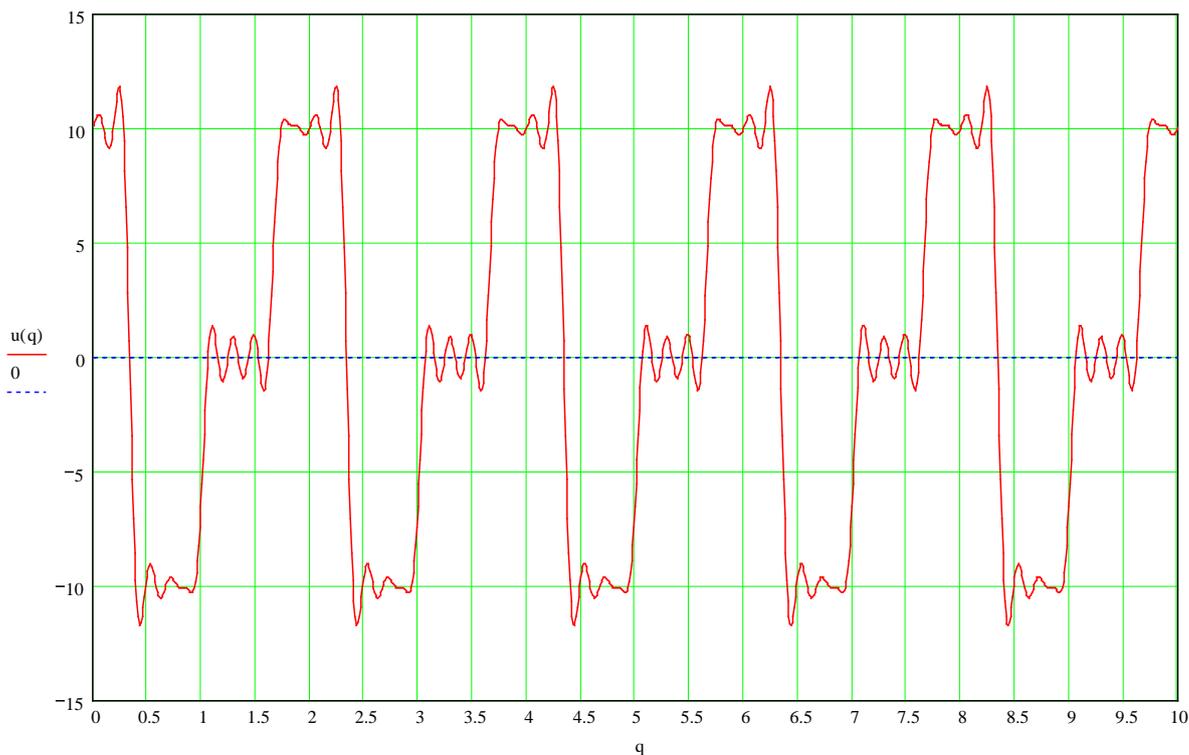


10,00	-19,36	0,96
-------	--------	------



4.2. Построение входного периодического сигнала и его аппроксимации отрезком ряда Фурье

$$u(t) = 9.55 \cdot \cos(\pi \cdot t + 0.52) + 4.77 \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot t - 0.52) + 2.39 \cdot \cos(4 \cdot \pi \cdot t - 2.62) + 1.91 \cdot \cos(5 \cdot \pi \cdot t - 3.66) \dots \\ + 1.37 \cdot \cos(\pi \cdot t \cdot 7 - 5.76) + 1.19 \cdot \cos(\pi \cdot 8 \cdot t - 6.8) + 0.96 \cdot \cos(10 \cdot \pi \cdot t - 8.9)$$



4.3. Построение амплитудного и фазового спектров выходного периодического сигнала, используя рассчитанные в п.3.1 АЧХ и ФЧХ функции передачи цепи. Запись напряжения на выходе цепи в виде отрезка ряда Фурье

$$H_U(s) = \frac{0.24 \cdot s^2}{s^2 + 1.84s + 2.35}$$

$$s = jk\omega_1$$

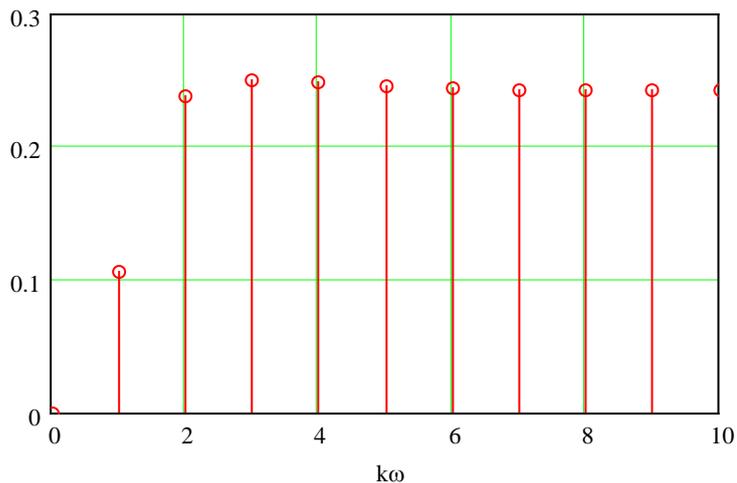
$$H(jk\omega_1) = \frac{0.24 \cdot (jk\omega_1)^2}{(jk\omega_1)^2 + 1.84 \cdot jk\omega_1 + 2.35} = \frac{0.24 \cdot (k\omega_1)^2 \cdot e^{j \cdot 180}}{\left[2.35 - (k\omega_1)^2\right] + j \cdot k\omega_1 \cdot 1.84}$$

АЧХ: 
$$|H(j \cdot k\omega_1)| = \frac{0.24 \cdot (k\omega_1)^2}{\sqrt{\left[2.35 - (k\omega_1)^2\right]^2 + (k\omega_1 \cdot 1.84)^2}}$$

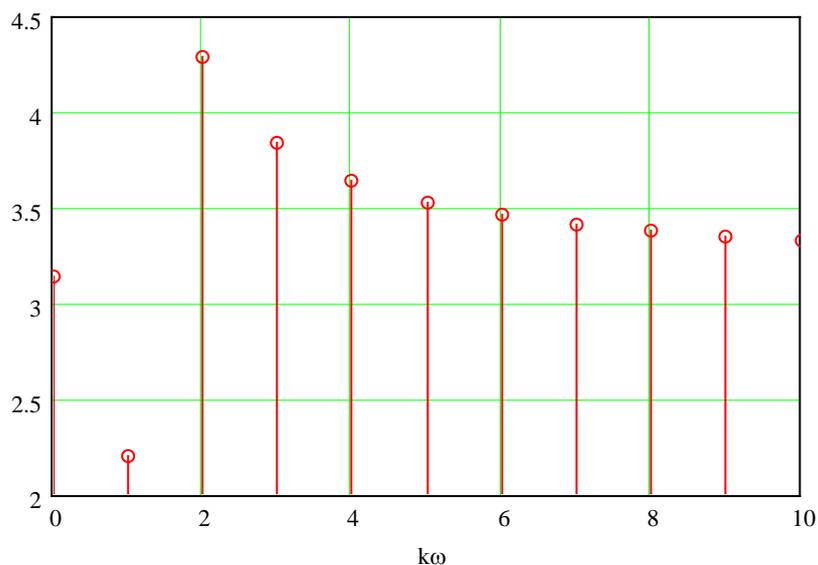
ФЧХ: 
$$\alpha(k\omega_1) = \pi - \arctg \left[ \frac{1.84 k\omega_1}{2.35 - (k\omega_1)^2} \right]$$



АЧХ:



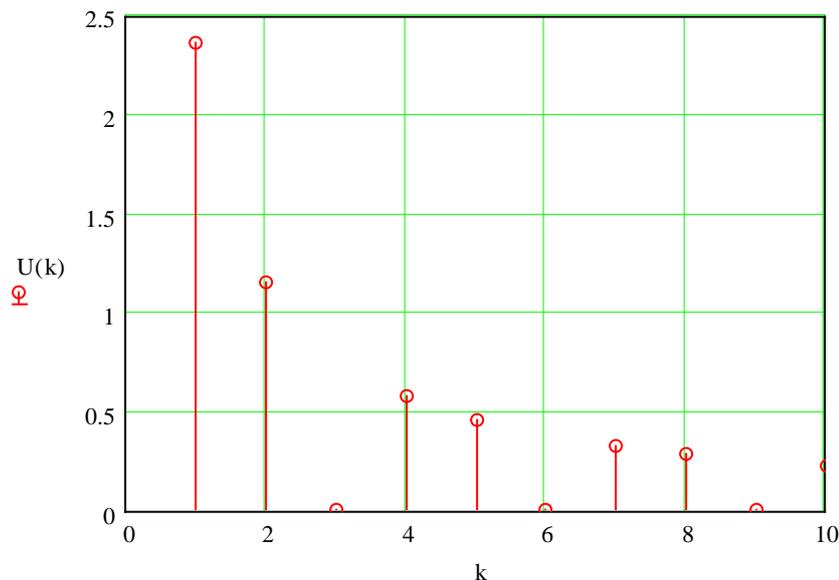
ФЧХ:



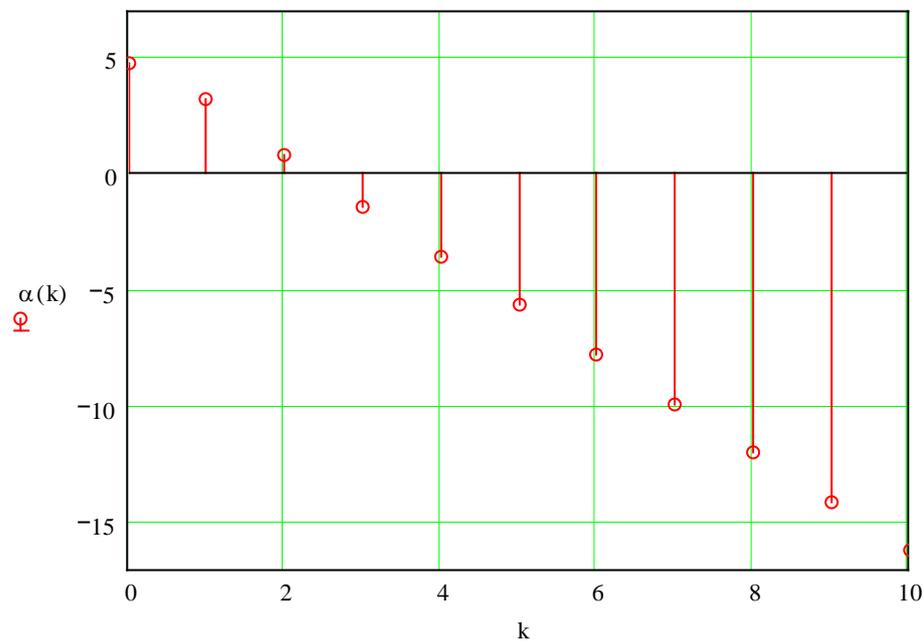
$k$	$ H(jk\omega_1) $	$\alpha(k\omega_1)$	$\alpha_k(k\omega_1)$	$ U_1(jk\omega_1) $	$ U_2(jk\omega_1) $	$\alpha_H(k\omega_1)$
0	0	3,14	1,57	0	0	4,71
1	0,25	3,61	-0,52	9,55	2,3875	-4,13
2	0,24	3,36	-2,62	4,77	1,1448	-5,98
3	0,24	3,29	-4,71	0	0	-8
4	0,24	3,25	-6,80	2,39	0,5736	-10,05
5	0,24	3,23	-8,90	1,91	0,4584	-12,13
6	0,24	3,21	-10,99	0	0	-14,2
7	0,24	3,2	-13,08	1,37	0,3288	-16,28
8	0,24	3,19	-15,18	1,19	0,2856	-18,37
9	0,24	3,19	-17,27	0	0	-20,46
10	0,24	3,18	-19,36	0,96	0,2304	-22,54



## Амплитудный спектр выходного сигнала

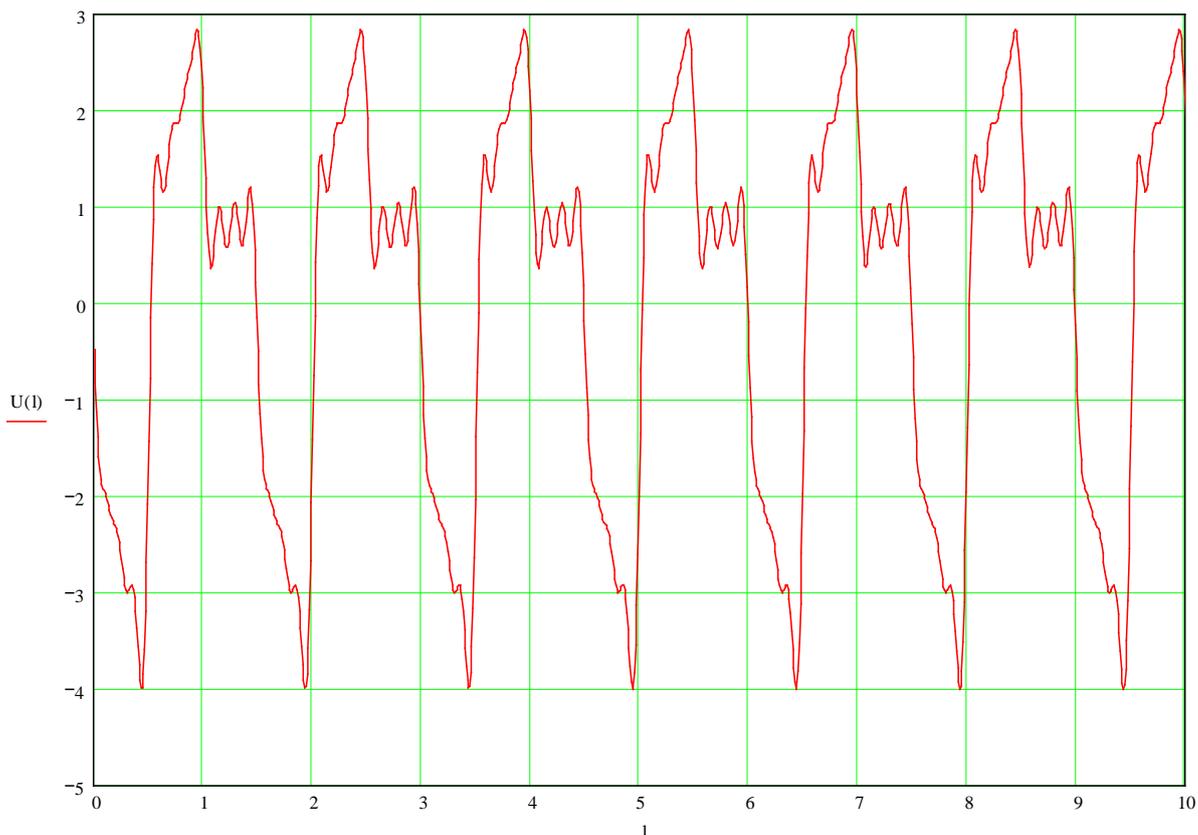


## Фазочастотный спектр выходного сигнала



$$U_2(t) = 2.3875 \cdot \cos(4.19 \cdot t - 4.13) + 1.1448 \cdot \cos(2 \cdot 4.19 \cdot t - 5.98) + 0.5736 \cdot \cos(4 \cdot 4.19 \cdot t - 10.05) + \dots \\ + 0.4584 \cdot \cos(5 \cdot 4.19 \cdot t - 12.13) + 0.3288 \cdot \cos(7 \cdot 4.19 \cdot t - 16.28) + 0.2856 \cdot \cos(8 \cdot 4.19 \cdot t - 18.37) + \dots \\ + 0.2304 \cdot \cos(10 \cdot 4.19 \cdot t - 22.54)$$

4.4. Построение графика напряжения на выходе цепи в виде суммы гармоник найденного отрезка ряда Фурье



**ВЫВОД:** При исследовании линейной цепи, можно сделать заключение, что при прохождении ступенчатого импульса через цепь он искажается: растягивается во времени, изменяется его амплитуда. На выходе при периодическом воздействии импульса получены сильно выраженные колебания напряжения.