



Задание 4
Трехфазные цепи

Для электрической цепи (рис. 1), выполнить следующее:

1. Рассчитать все токи цепи для трех случаев: а) $Z_N = 0$; б) $0 < Z_N < \infty$; в) $Z_N = \infty$ (обрыв нейтрального провода).
2. Для каждого из трех случаев п. 1 произвести проверку правильности расчета составлением баланса активных и реактивных мощностей. При этом для цепи случая в изобразить схему включения приборов для измерения мощности методом двух ваттметров. Рассчитать показания этих ваттметров.

Исходные данные содержатся в таблице 1 (свойства линий), таблице 2 (характеристика нагрузки) и таблице 3 (характеристика нейтрального провода).

Таблица 1

$U_{\text{фген}}$	R'_1	R'_2	R'_3	L'_1	L'_2	L'_3	C'_1	C'_2	C'_3
В	Ом			мГн			мкФ		
61	-	-	14	-	45	-	14	-	-

Таблица 2

R_1	R_2	R_3	L_1	L_2	L_3	C_1	C_2	C_3
Ом			мГн			мкФ		
35	8	-	-	15	20	11	9	-

Таблица 3

R_N	L_N	C_N
Ом	мГн	мкФ
-	6	-

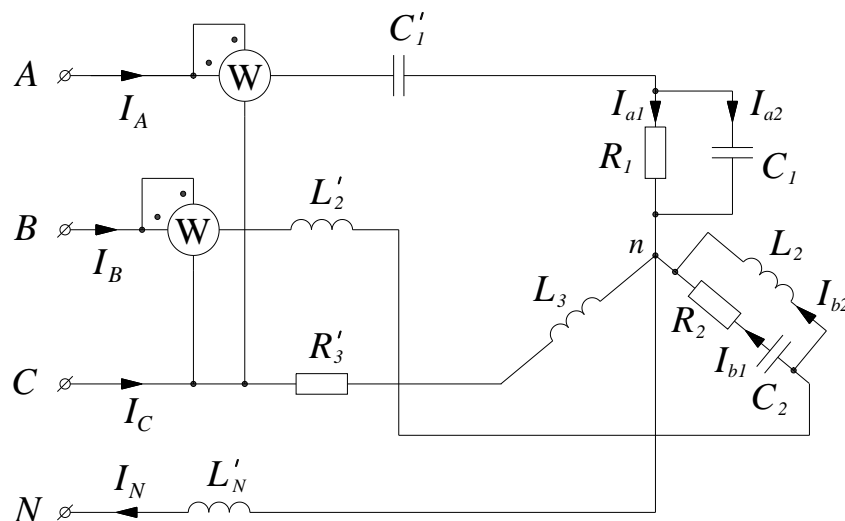


Рис. 1.

Решение.

Определим реактивные сопротивления схемы:

$$\omega = 2\pi f = 2 \cdot 3.14 \cdot 50 = 314 \text{ рад/с};$$

$$X'_{L2} = \omega L'_2 = 314 \cdot 45 \cdot 10^{-3} = 14.1 \text{ Ом};$$

$$X_{L2} = \omega L_2 = 314 \cdot 15 \cdot 10^{-3} = 4.7 \text{ Ом};$$

$$X_{L3} = \omega L_3 = 314 \cdot 20 \cdot 10^{-3} = 6.3 \text{ Ом};$$

$$X_{L_N} = \omega L_N = 314 \cdot 6 \cdot 10^{-3} = 1.9 \text{ Ом};$$

$$X'_{C1} = \frac{1}{\omega C'_1} = \frac{1}{314 \cdot 14 \cdot 10^{-6}} = 227.5 \text{ Ом};$$

$$X_{C1} = \frac{1}{\omega C_1} = \frac{1}{314 \cdot 11 \cdot 10^{-6}} = 289.5 \text{ Ом};$$

$$X_{C2} = \frac{1}{\omega C_2} = \frac{1}{314 \cdot 9 \cdot 10^{-6}} = 353.9 \text{ Ом}.$$



Комплексные сопротивления схемы:

$$\underline{Z}_A = -jX'_{C1} + \frac{R_1 \cdot (-jX_{C1})}{R_1 - jX_{C1}} = -j227.5 + \frac{35(-j227.5)}{35 - j227.5} = 234.22 e^{-j81.5^\circ} \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_B = jX'_{L2} + \frac{(R_2 - jX_{C2}) \cdot jX_{L2}}{R_2 + j(X_{L2} - X_{C2})} = j14.1 + \frac{(8 - j353.9) \cdot j4.7}{8 + j(4.7 - 353.9)} = 18.86 e^{j90^\circ} \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_C = R'_3 + jX_{L3} = 14 + j6.3 = 15.35 e^{j24.2^\circ} \text{ Ом}.$$

Рассчитаем все токи схемы при:

a) $Z_N = 0 \text{ Ом};$

Напряжение смещения нейтрали генератора $\underline{U}_{nN} = 0 \text{ В}$. Находим:

$$\underline{I}_A = \frac{\underline{U}_A}{\underline{Z}_A} = \frac{61 e^{j0^\circ}}{234.22 e^{-j81.5^\circ}} = 0.26 e^{j81.5^\circ} \text{ А};$$

$$\underline{I}_B = \frac{\underline{U}_B}{\underline{Z}_B} = \frac{61 e^{-j120^\circ}}{18.86 e^{j90^\circ}} = 3.23 e^{j150^\circ} \text{ А};$$

$$\underline{I}_C = \frac{\underline{U}_C}{\underline{Z}_C} = \frac{61 e^{j120^\circ}}{15.35 e^{j24.2^\circ}} = 3.97 e^{j95.8^\circ} \text{ А};$$

$$\underline{I}_N = \underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C = 0.26 e^{j81.5^\circ} + 3.23 e^{j150^\circ} + 3.97 e^{j95.8^\circ} = 6.62 e^{j118.5^\circ} \text{ А};$$

$$\underline{I}_{a1} = \underline{I}_A \cdot \frac{-jX_{C1}}{R_1 - jX_{C1}} = 0.26 e^{j81.5^\circ} \cdot \frac{-j227.5}{35 - j227.5} = 0.26 e^{j74.6^\circ} \text{ А};$$

$$\underline{I}_{a2} = \underline{I}_A - \underline{I}_{a1} = 0.26 e^{j81.5^\circ} - 0.26 e^{j74.6^\circ} = 0.03 e^{j168^\circ} \text{ А};$$

$$\underline{I}_{b1} = \underline{I}_B \cdot \frac{jX_{L2}}{R_2 + j(X_{L2} - X_{C2})} = 3.23 e^{j150^\circ} \cdot \frac{j4.7}{8 + j(4.7 - 353.9)} = 0.04 e^{-j31.3^\circ} \text{ А};$$

$$\underline{I}_{b2} = \underline{I}_B - \underline{I}_{b1} = 3.23 e^{j150^\circ} - 0.04 e^{-j31.3^\circ} = 3.27 e^{j150^\circ} \text{ А}.$$

Составим баланс мощностей:

$$\begin{aligned} \underline{S}_{\text{уст}} &= \underline{U}_A \cdot \underline{I}_A^* + \underline{U}_B \cdot \underline{I}_B^* + \underline{U}_C \cdot \underline{I}_C^* = 61 e^{j0^\circ} \cdot 15.61 e^{-j81.5^\circ} + 61 e^{-j120^\circ} \cdot 3.23 e^{-j150^\circ} + \\ &+ 61 e^{j120^\circ} \cdot 3.97 e^{-j95.8^\circ} = 223.23 + j280.62 \text{ ВА}, \end{aligned}$$

т.е. $P_{\text{уст}} = 223.23 \text{ Вт}; \quad Q_{\text{уст}} = 280.62 \text{ вар};$

$$P_{\text{np}} = I_{a1}^2 R_1 + I_{b1}^2 R_2 + I_C^2 R'_3 = 0.26^2 \cdot 35 + 0.04^2 \cdot 8 + 3.97^2 \cdot 14 = 223.03 \text{ Вт};$$

$$\begin{aligned} Q_{\text{np}} &= I_A^2 (-X'_{C1}) + I_{a2}^2 (-X_{C1}) + I_B^2 X'_{L2} + I_{b1}^2 (-X_{C2}) + I_{b2}^2 X_{L2} + I_C^2 X_{L3} = 0.26^2 \cdot (-227.5) + 0.03^2 \cdot (-289.5) + \\ &+ 3.23^2 \cdot 14.1 + 0.04^2 \cdot (-353.9) + 3.27^2 \cdot 4.7 + 3.97^2 \cdot 6.3 = 280.45 \text{ вар}. \end{aligned}$$

Погрешность расчетов: $\delta_P = \left| \frac{P_{\text{уст}} - P_{\text{np}}}{P_{\text{уст}}} \right| \cdot 100\% = 0.09\% ; \quad \delta_Q = \left| \frac{Q_{\text{уст}} - Q_{\text{np}}}{Q_{\text{уст}}} \right| \cdot 100\% = 0.06\% .$



$$б) Z_N = jX_{LN} = j1.9 \text{ Ом};$$

$$\underline{U}_{nN} = \frac{\frac{U_A}{Z_A} + \frac{U_B}{Z_B} + \frac{U_C}{Z_C}}{\frac{1}{Z_A} + \frac{1}{Z_B} + \frac{1}{Z_C} + \frac{1}{Z_N}} = \frac{\frac{61 e^{j0^\circ}}{234.22 e^{-j81.5^\circ}} + \frac{61 e^{-j120^\circ}}{18.86 e^{j90^\circ}} + \frac{61 e^{j120^\circ}}{15.35 e^{j24.2^\circ}}}{\frac{1}{234.22 e^{-j81.5^\circ}} + \frac{1}{18.86 e^{j90^\circ}} + \frac{1}{15.35 e^{j24.2^\circ}} + \frac{1}{1.9 e^{j90^\circ}}} = 10.97 e^{-j157.2^\circ} \text{ В};$$

$$\underline{I}_A = \frac{U_A - U_{nN}}{Z_A} = \frac{61 e^{j0^\circ} - 10.97 e^{-j157.2^\circ}}{234.22 e^{-j81.5^\circ}} = 0.3 e^{j84.9^\circ} \text{ А};$$

$$\underline{I}_B = \frac{U_B - U_{nN}}{Z_B} = \frac{61 e^{-j120^\circ} - 10.97 e^{-j157.2^\circ}}{18.86 e^{j90^\circ}} = 2.79 e^{j157.2^\circ} \text{ А};$$

$$\underline{I}_C = \frac{U_C - U_{nN}}{Z_C} = \frac{61 e^{j120^\circ} - 10.97 e^{-j157.2^\circ}}{15.35 e^{j24.2^\circ}} = 3.95 e^{j85.5^\circ} \text{ А};$$

$$\underline{I}_N = \frac{U_{nN}}{Z_N} = \frac{10.97 e^{-j157.2^\circ}}{1.9 e^{j90^\circ}} = 5.77 e^{j112.8^\circ} \text{ А};$$

$$\underline{I}_{a1} = \underline{I}_A \cdot \frac{-jX_{C1}}{R_1 - jX_{C1}} = 0.3 e^{j84.9^\circ} \cdot \frac{-j227.5}{35 - j227.5} = 0.3 e^{j78^\circ} \text{ А};$$

$$\underline{I}_{a2} = \underline{I}_A - \underline{I}_{a1} = 0.3 e^{j84.9^\circ} - 0.3 e^{j78^\circ} = 0.04 e^{j171.5^\circ} \text{ А};$$

$$\underline{I}_{b1} = \underline{I}_B \cdot \frac{jX_{L2}}{R_2 + j(X_{L2} - X_{C2})} = 2.79 e^{j157.2^\circ} \cdot \frac{j4.7}{8 + j(4.7 - 353.9)} = 0.04 e^{-j24.1^\circ} \text{ А};$$

$$\underline{I}_{b2} = \underline{I}_B - \underline{I}_{b1} = 2.79 e^{j157.2^\circ} - 0.04 e^{-j24.1^\circ} = 2.83 e^{j157.2^\circ} \text{ А}.$$

Составим баланс мощностей:

$$\underline{S}_{ucm} = \underline{U}_A \cdot \underline{I}_A^* + \underline{U}_B \cdot \underline{I}_B^* + \underline{U}_C \cdot \underline{I}_C^* = 61 e^{j0^\circ} \cdot 0.3 e^{-j84.9^\circ} + 61 e^{-j120^\circ} \cdot 2.79 e^{-j157.2^\circ} + 61 e^{j120^\circ} \cdot 3.95 e^{-j85.5^\circ} = 221.53 + j287.1 \text{ ВА},$$

$$\text{т.е. } P_{ucm} = 221.53 \text{ Вт}; \quad Q_{ucm} = 287.1 \text{ вар};$$

$$P_{np} = I_{a1}^2 R_1 + I_{b1}^2 R_2 + I_C^2 R_3' = 0.3^2 \cdot 35 + 0.04^2 \cdot 8 + 3.95^2 \cdot 14 = 221.6 \text{ Вт};$$

$$Q_{np} = I_A^2 (-X_{C1}') + I_{a2}^2 (-X_{C1}) + I_B^2 X_{L2} + I_{b1}^2 (-X_{C2}) + I_{b2}^2 X_{L2} + I_C^2 X_{L3} + I_N^2 X_{LN} = 0.3^2 \cdot (-227.5) + 0.04^2 \cdot (-289.5) + 2.79^2 \cdot 14.1 + 0.04^2 \cdot (-353.9) + 2.83^2 \cdot 4.7 + 3.95^2 \cdot 6.3 + 5.77^2 \cdot 1.9 = 287.45 \text{ вар}.$$

Погрешность расчетов:

$$\delta_P = \left| \frac{P_{ucm} - P_{np}}{P_{ucm}} \right| \cdot 100\% = 0.03 \%;$$

$$\delta_Q = \left| \frac{Q_{ucm} - Q_{np}}{Q_{ucm}} \right| \cdot 100\% = 0.12 \%.$$



б) $Z_N = \infty \text{ Ом}; I_N = 0 \text{ А};$

$$\underline{U}_{nN} = \frac{\frac{U_A}{Z_A} + \frac{U_B}{Z_B} + \frac{U_C}{Z_C}}{\frac{1}{Z_A} + \frac{1}{Z_B} + \frac{1}{Z_C}} = \frac{\frac{61 e^{j0^\circ}}{234.22 e^{-j81.5^\circ}} + \frac{61 e^{-j120^\circ}}{18.86 e^{j90^\circ}} + \frac{61 e^{j120^\circ}}{15.35 e^{j24.2^\circ}}}{\frac{1}{234.22 e^{-j81.5^\circ}} + \frac{1}{18.86 e^{j90^\circ}} + \frac{1}{15.35 e^{j24.2^\circ}}} = 68.74 e^{j170^\circ} \text{ В};$$

$$\underline{I}_A = \frac{U_A - U_{nN}}{Z_A} = \frac{61 e^{j0^\circ} - 68.74 e^{j170^\circ}}{234.22 e^{-j81.5^\circ}} = 0.55 e^{j76.2^\circ} \text{ А};$$

$$\underline{I}_B = \frac{U_B - U_{nN}}{Z_B} = \frac{61 e^{-j120^\circ} - 68.74 e^{j170^\circ}}{18.86 e^{j90^\circ}} = 3.96 e^{-j150.1^\circ} \text{ А};$$

$$\underline{I}_C = \frac{U_C - U_{nN}}{Z_C} = \frac{61 e^{j120^\circ} - 68.74 e^{j170^\circ}}{15.35 e^{j24.2^\circ}} = 3.6 e^{j23.5^\circ} \text{ А};$$

$$\underline{I}_{a1} = \underline{I}_A \cdot \frac{-jX_{C1}}{R_1 - jX_{C1}} = 0.55 e^{j76.2^\circ} \cdot \frac{-j227.5}{35 - j227.5} = 0.55 e^{j69.3^\circ} \text{ А};$$

$$\underline{I}_{a2} = \underline{I}_A - \underline{I}_{a1} = 0.55 e^{j76.2^\circ} - 0.55 e^{j69.3^\circ} = 0.07 e^{j162.7^\circ} \text{ А};$$

$$\underline{I}_{b1} = \underline{I}_B \cdot \frac{jX_{L2}}{R_2 + j(X_{L2} - X_{C2})} = 3.96 e^{-j150.1^\circ} \cdot \frac{j4.7}{8 + j(4.7 - 353.9)} = 0.05 e^{j28.6^\circ} \text{ А};$$

$$\underline{I}_{b2} = \underline{I}_B - \underline{I}_{b1} = 3.96 e^{-j150.1^\circ} - 0.05 e^{j28.6^\circ} = 4.01 e^{-j150.1^\circ} \text{ А}.$$

Составим баланс мощностей:

$$\underline{S}_{уст} = \underline{U}_A \cdot \underline{I}_A^* + \underline{U}_B \cdot \underline{I}_B^* + \underline{U}_C \cdot \underline{I}_C^* = 61 e^{j0^\circ} \cdot 0.55 e^{-j76.2^\circ} + 61 e^{-j120^\circ} \cdot 3.96 e^{j150.1^\circ} + 61 e^{j120^\circ} \cdot 3.6 e^{-j23.5^\circ} = 192.13 + j306.75 \text{ ВА},$$

т.е. $P_{уст} = 192.13 \text{ Вт}; Q_{уст} = 306.75 \text{ вар};$

$$P_{np} = I_{a1}^2 R_1 + I_{b1}^2 R_2 + I_C^2 R_3 = 0.3^2 \cdot 35 + 0.04^2 \cdot 8 + 3.95^2 \cdot 14 = 221.6 \text{ Вт};$$

$$Q_{np} = I_A^2 (-X'_{C1}) + I_{a2}^2 (-X_{C1}) + I_B^2 X'_{L2} + I_{b1}^2 (-X_{C2}) + I_{b2}^2 X_{L2} + I_C^2 X_{L3} = 0.55^2 \cdot (-227.5) + 0.07^2 \cdot (-289.5) + 3.96^2 \cdot 14.1 + 0.05^2 \cdot (-353.9) + 4.01^2 \cdot 4.7 + 3.6^2 \cdot 6.3 = 280.45 \text{ вар}.$$

$$\text{Погрешность расчетов: } \delta_P = \left| \frac{P_{уст} - P_{np}}{P_{уст}} \right| \cdot 100\% = 0.04\% ; \quad \delta_Q = \left| \frac{Q_{уст} - Q_{np}}{Q_{уст}} \right| \cdot 100\% = 0.15\% .$$

Схема включения ваттметров при обрыве нейтрального провода показана на рис. 1. Определим их показания:

$$U_{л} = \sqrt{3} U_{фген} = \sqrt{3} \cdot 61 = 105.66 \text{ В};$$

$$P_{w1} = \text{Re} (\underline{U}_{AC} \cdot \underline{I}_A^*) = \text{Re} (105.66 e^{-j30^\circ} \cdot 0.55 e^{-j76.2^\circ}) = -16.21 \text{ Вт};$$

$$P_{w2} = \text{Re} (\underline{U}_{BC} \cdot \underline{I}_B^*) = \text{Re} (105.66 e^{-j90^\circ} \cdot 3.96 e^{j150.1^\circ}) = 208.57 \text{ Вт}.$$

Проверка: $P_w = P_{w1} + P_{w2} = -16.21 + 208.57 = 192.36 \text{ Вт} \approx P_{np} = 192.05 \text{ Вт}$. Выполняется.